Chapitre 6 – Courbes paramétrées en polaires

Exercice 1.
Étudier la courbe définie par $\rho(\theta) = \sin(4\theta)$.

Exercice 2.
Étudier la courbe définie par $\rho(\theta) = \ln(\theta)$.

Exercice 3.
Étudier la courbe définie par $\rho(\theta) = \theta$.

Exercice 4.
Étudier la courbe définie par $\rho(\theta) = 1 + \tan(\frac{\theta}{2})$.

Exercice 5.
Étudier la courbe définie par $\rho(\theta) = 2\sin(\theta)\tan(\theta)$.

Exercice 6. Courbe du diable
Étudier la courbe définie par $\rho(\theta) = 1 + \dfrac{1}{\cos 2\theta}$.

Exercice 7.
Étudier la courbe définie par $\rho(\theta) = \dfrac{1}{\cos\theta - \cos 2\theta}$.

Exercice 8.
On considère les points du plan $F(1,0)$ et $F'(-1,0)$ Déterminer une équation polaire de l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M du plan tels que $MF \times MF' = 1$. Étudier et tracer cette courbe.

Exercice 9.
Déterminer les points doubles de la courbe d'équation polaire $\rho(\theta) = \dfrac{\theta}{\theta^2 - 1}$.

Exercice 10. Cochléoïde

1. Étudier la courbe Γ définie par $\rho(\theta) = \dfrac{\sin(\theta)}{\theta}$.
2. Une droite passant par O coupe Γ en un certain nombre de points. Montrer que les tangentes à Γ en ces points sont concourantes

Exercice 11.

1. Tracer rapidement la courbe définie par $\rho(\theta) = \dfrac{\cos\theta}{\theta}$.
2. Montrer que toute droite passant par O coupe la courbe en une infinité de points.
3. Montrer que les tangentes en ces points sont concourantes.

Exercice 12.
On fait rouler sans glissement un cercle de rayon 1 sur un autre cercle de rayon 1. Déterminer et tracer la courbe décrite par un point du cercle.

Exercice 13. Cardioïde
Soit Γ la courbe donnée en polaires par $\rho(\theta) = 1 + \cos(\theta)$.

1. Montrer que pour toute direction de droite fixée, il existe trois points de *Gamma* en lesquels la tangente a cette direction.
2. Déterminer l'isobarycentre de ces trois points.